http://www.prayagrajuniversity.com

Q

Printed Pages : 8

B.A./B.Sc. (I-Year)

Roll No. : .....

1049/1315/160

B.A./B.Sc. (I-Year) Examination, 2019

MATHEMATICS

| Second Paper |

(Calculus)

Time : Three Hours|

|Maximum Marks : 50

Note : This question paper is divided into three sections A, B and C. Follow instructions given in each section. Sections A, B and C are of 16 , 10 and 24 marks respectively. All parts of a question should be attempted at one place.

नोट : यह प्रश्न-पत्र तीन खण्डों अ, ब एवं स में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों का पालन कीजिए। खण्ड अ, ब एवं स क्रमशः 16 , 10 एवं 24 अंकों के हैं। एक प्रश्न के सभी भागों को एक ही स्थान पर हल कीजिए।

Section-A / खण्ड–अ

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघुउत्तरीय प्रश्न)

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

Note : This section contains only one question which consists of eight sub-questions. All sub-questions are compulsory. Each sub-question carries 2 marks [2×8=16]

नोट : इस खण्ड में एक प्रश्न है, जिसके आठ उप-प्रश्न हैं। इस खण्ड के सभी उप-प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक उप-प्रश्न 2 अंकों का है।

1. (a) Evaluate :

$$\lim_{x \to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

(b) Find the 5th derivative of the function $\sin^2 x . \sin(2x)$.

फलन $\sin^2 x . \sin(2x)$ का पाँचवां अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

(c) Expand $2x^3 - 3x^2 + x - 1$ in powers of $x - 2$

$2x^3 - 3x^2 + x - 1$ का $x - 2$ की घात में विस्तार कीजिए।

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com
http://www.prayagrajuniversity.com
http://www.prayagrajuniversity.com
http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

(d) If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$, prove that :

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\sin 2u$$

यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$, तो सिद्ध कीजिए :

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\sin 2u$$

(e) If $0 < n < 1$, prove that :

$$\Gamma n\,\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin(n\pi)}$$

यदि $0 < n < 1$, तो सिद्ध कीजिए :

$$\Gamma n\,\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin(n\pi)}$$

(f) For the parabola $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$, prove that :

$$p^2 = ar$$

परवलय $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$ के लिए सिद्ध कीजिए :

$$p^2 = ar$$

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

(g) Evaluate :

$$\int_0^2\int_0^{\sqrt{(2x-x^2)}} x\,dx\,dy$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^2\int_0^{\sqrt{(2x-x^2)}} x\,dx\,dy$$

(h) Prove that :

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} \times \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = 1$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} \times \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = 1$$

Section-B / खण्ड-ब

(Short Answer Type Questions)

(लघुउत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two out of four questions. Each ques carries 5 marks. [2x5=

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

नोट : इस खण्ड के चार प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

2. Prove that the function $f(x)=(1+2x)^{(1/x)}$, when $x \neq 0$ and $f(0)=e^2$ is continuous at origin.

सिद्ध कीजिए फलन $f(x)=(1+2x)^{(1/x)}$, जबकि $x \neq 0$ एवं $f(0)=e^2$ मूलबिन्दु पर सतत है।

3. If $y=e^{m\sin^{-1}x}$, prove that :

$$(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2+m^2)y_n=0$$

यदि $y=e^{m\sin^{-1}x}$, सिद्ध कीजिए :

$$(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2+m^2)y_n=0$$

4. Find by double integration, the area of the region bounded by the circle $x^2+y^2=16$.

दोहरे समाकलन द्वारा वृत्त $x^2+y^2=16$ से घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

5. Find the intrinsic equation of the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$, where s is measured from the vertex.

वक्र $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ की नैज समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ s को शीर्ष से नापा गया है।

Section-C / खण्ड-स

http://www.prayagrajuniversity.com

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two out of four questions. Each question carries 12 marks. [2x12=24]

नोट : इस खण्ड के चार प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 12 अंकों का है।

6. State and prove Lagrange's mean value theorem.

लैग्रांज के मध्यमान प्रमेय का कथन दीजिए एवं उसे सिद्ध कीजिए।

7. (a) Find the radius of curvature at the vertex of the curve $x=a(t+\sin t), y=a(1-\cos t)$.

वक्र $x=a(t+\sin t), y=a(1-\cos t)$ के शीर्ष पर

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(b) Find the asymptotes for the curve :

$$2x^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 2y^3 + 3x^2 - 3y^2 + y - 3 = 0$$

वक्र

$$2x^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 2y^3 + 3x^2 - 3y^2 + y - 3 = 0$$

के लिए अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

1. (a) Prove that :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^4)}} = \frac{\sqrt{2}}{8\sqrt{\pi}} \left\{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right\}^2 .$$

where $\Gamma(x)$ is the Gamma function.

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^4)}} = \frac{\sqrt{2}}{8\sqrt{\pi}} \left\{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right\}^2 .$$

जहाँ कि $\Gamma(x)$ गामा फलन है।

(b) Change the order of integration in the integral

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{(2ax-x^2)}} f(x,y)\,dxdy .$$

समाकलन $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{(2ax-x^2)}} f(x,y)\,dxdy$ में समाकलन का क्रम बदलिए।

9 Trace the curve $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ and find the volume of the solid formed by the revolution of its loop about x-axis.

वक्र $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिए एवं इसके लूप के x-अक्ष के सापेक्ष घुमाव से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

— x —

www.prayagrajuniversity.com
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com

http://www.prayagrajuniversity.com